

ESTUDO PRELIMINAR: EMPREGO DA RESPOSTA AO IMPULSO PELO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS NO AUXÍLIO DA DETECÇÃO DE FUGAS

Juliana Barbosa Palhares¹; Edevar Luvizotto Júnior²

Resumo – Este trabalho apresenta a solução, no domínio tempo, para os modelos hidráulicos dinâmico: não linear e linearizado; utilizando o Método das Características (MOC). É apresentada uma função de perturbação padrão do tipo impulsiva, localizado na válvula. É demonstrado, simulado e discutido o significado da Transformada Rápida de Fourier (FFT) para os modelos. A perturbação $\tau_v^*(t)$ representa um impulso de amplitude k (no máximo 10% da abertura total da válvula), aplicado no instante $t=0$, com o sistema em regime permanente. São comparados os resultados da resposta em frequência obtidos através de técnicas: Método da Matriz Transferência (MMT)/ Resposta em Frequência e MOC/FFT.

Abstract – This work presents the solution, in the time domain, for nonlinear and linear dynamic hydraulic models, using a Method of Characteristics (MOC). It is presented a impulsive standard perturbation function located in the valve. It is showed, simulated and discussed the meaning of the Fast Fourier Transform for the models. The perturbation $\tau_v^*(t)$ represents an impulsive of amplitude k (at maximum 10% of the valve total opening), applied at $t=0$, with the system in steady-state. They are compared the results of response frequency obtained from some techniques: Method of Transfer-Matrix (MMT)/ Frequency Response and MOC/FFT.

Palavras-chaves: Transformada Rápida de Fourier, Método das Características, resposta ao impulso, detecção de fugas, alta frequência.

Keywords: Fast Fourier Transform, Method of Characteristics, impulse response, leak detection, high frequency.

¹ Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – cursando o doutorado em Eng. Civil - Tel: 00 55 19 37567653 – E-mail: palhares@puc-campinas.edu.br

² Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – Pós-Doutorado e professor em Eng. Civil - Av: Albert Einstein, 951, Cidade Universitária “Zeferino Vaz”, C.Postal: 6021, CEP: 13083-970 – Campinas – SP (Brasil) – Tel: 00 55 19 37882354 – E-mail: edevar@fec.unicamp.br

INTRODUÇÃO

A pesquisa e o controle de perdas, nos sistemas de abastecimento de água, são de suma importância, principalmente, a partir das dificuldades crescentes de tratamento, originadas nas cidades motivadas pela poluição dos mananciais, que se encontram cada vez mais escassos, acarretando em um crescimento bastante significativo dos custos da produção de água, fator importantíssimo e preocupante para qualquer empresa de saneamento.

O custo e morosidade das técnicas convencionais para a detecção de fugas tem sido fortemente motivadores para a busca de formas alternativas de localização (LEE et al. 2004, LEE et al. 2003 e MPESHA 1999).

Uma possibilidade que vem sendo estudada é a análise da resposta de um pulso de pressão sobre o sistema de tubulações, em que se deseja analisar a ocorrência de fugas. O presente trabalho escreve a evolução dos estudos sobre o tema desenvolvido no Departamento de Recursos Hídricos (DRH), da Faculdade de Engenharia Civil (FEC), da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Estão sendo analisados e discutidos os aspectos principais de aplicação da técnica que se encontra apresentada detalhadamente em PALHARES (2005).

METODOLOGIA

Foi utilizado o modelo hidráulico dinâmico elementar: reservatório – tubulação – válvula (RTV). Adotou-se a condição de regime permanente estacionário, em que o sistema é perturbado com pequenas variações de amplitude k , no máximo 10% da abertura da válvula colocada à jusante, conforme mostrado na **figura 1**. Inicialmente, o modelo linearizado foi utilizado.

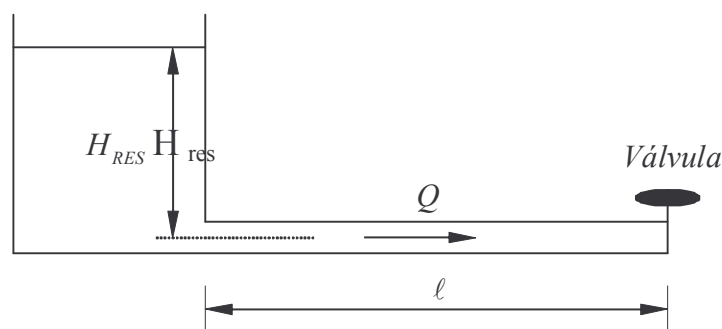


Figura 1 – Reservatório – Tubulação - Válvula.

O nível de líquido do reservatório foi considerado constante $H(t) = H_{RES}; \forall t \in [0, \infty)$.

Denotando por $x \in [0, \ell]$ a coordenada de uma seção de tubulação medida sobre seu eixo principal, à partir da saída do reservatório. As variáveis de interesse para a análise dinâmica são funções de tempo (t) e de x e denotadas na forma: $H = H(x, t)$ e $Q = Q(x, t)$.

As equações dinâmicas que visem à obtenção de carga e vazão ao longo da tubulação, variando no tempo, são bastante conhecidas. Em (CHAUDHRY, 1979 & STREETER e WYLIE, 1993) são deduzidas criteriosamente e são da seguinte forma,

Equação da Continuidade

$$a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0, \quad \forall (x, t) \in ([0, L], [0, \infty)) \quad (1)$$

Equação da Quantidade de Movimento

$$gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + \psi(Q) = 0, \quad \forall (x, t) \in ([0, L], [0, \infty)) \quad (2)$$

onde, $\psi(Q)$ representa a perda por atrito ao longo da tubulação, como função da vazão.

Sendo que: D : diâmetro da seção transversal; A : Área da seção transversal; a : celeridade; f_o : fator de Darcy-Weisbach (regime turbulento); g : aceleração da gravidade; e, ν : viscosidade cinemática (regime laminar).

De forma geral, a função $\psi(Q)$ pode ser escrita em termos do fator de atrito f , como

$$\psi(Q) = \frac{f}{2gDA} Q|Q| \quad (3)$$

Aplicando-se o MOC, chega-se as equações:

$$\Delta Q^{(D)} + \frac{gA}{a} \Delta H^{(D)} + \psi(Q) \Delta t = 0, \quad \forall \frac{\Delta x}{\Delta t} = a > 0 \quad (4)$$

$$\Delta Q^{(R)} - \frac{gA}{a} \Delta H^{(R)} + \psi(Q) \Delta t = 0, \quad \forall \frac{\Delta x}{\Delta t} = -a < 0 \quad (5)$$

onde ΔH e ΔQ : são respectivamente as diferenças de carga e de vazão, entre dois pontos distantes de Δx , na tubulação, medidas num intervalo de tempo constante Δt , sendo que a relação entre Δx e Δt deve satisfazer a *Condição de Estabilidade de Courant*, ou seja, $\Delta t / \Delta x \leq 1/a$. Os índices empregados $^{(D)}$ e $^{(R)}$ referem-se às retas características positiva (direta) e negativa (reversa).

CONDIÇÕES INICIAIS EM $t = 0$, $x \in [0, \ell]$ E DE CONTORNO

Estas diferenças são definidas a partir de um conjunto de condições de contorno. No início do processo recorrente, ou seja, em $t = 0$, as *condições iniciais* são estabelecidas ao longo do conduto com o escoamento em regime permanente estacionário. Estas condições são determinadas a partir da equação (4) substituindo-se Δt por $\Delta x/a$, donde se obtém:

$$\Delta H^{(D_0)} = -\frac{a}{gA} \left\{ \Delta Q^{(D_0)} + \frac{\Delta x}{a} \psi(Q_{D_0}(\square, 0)) \right\} \quad (6)$$

onde

$$\begin{aligned}\Delta H^{(D_0)} &= H_{D_0}((n_x + 1)\Delta x, 0) - H_{D_0}(n_x \Delta x, 0) \\ n_x &= 1, 2, \dots, N + 1 \\ \Delta Q^{(D_0)} &= Q_{D_0}((n_x + 1)\Delta x, 0) - Q_{D_0}(n_x \Delta x, 0)\end{aligned}\quad (7)$$

n_x é o número de pontos que marcam a divisão do conduto em N setores.

Substituindo (3) e (7) em (6), e considerando que o conduto não contém nenhuma fuga nem obstáculos internos, e que as suas propriedades físicas são mantidas ao longo do seu comprimento total, o conjunto das condições iniciais ao longo do conduto $H_D(n_x \Delta x, 0)$, $H_R(n_x \Delta x, 0)$, $Q_D(n_x \Delta x, 0)$ e $Q_R(n_x \Delta x, 0)$ é determinado através das seguintes equações do regime estacionário onde Q_{v_0} é a vazão de regime permanente na válvula,

$$\begin{aligned}Q_{D_0}(0, 0) &= Q_{v_0} \\ H_{D_0}(0, 0) &= H_{RES}\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}Q_{D_0}(n_x \Delta x, 0) &= Q_{v_0}; \quad n_x = 1, 2, \dots, N \\ Q_{R_0}((n_x + 1)\Delta x, 0) &= Q_{v_0}; \quad n_x = 1, 2, \dots, N\end{aligned}\quad (9)$$

$$\begin{aligned}H_{D_0}(n_x \Delta x, 0) &= H_{RES} - \frac{n_x \Delta x \cdot f}{2gDA^2} Q_{v_0} |Q_{v_0}|; \quad n_x = 1, 2, \dots, N \\ H_{R_0}((n_x + 1)\Delta x, 0) &= H_{RES} - \frac{(n_x + 1)\Delta x \cdot f}{2gDA^2} Q_{v_0} |Q_{v_0}|; \quad n_x = 1, 2, \dots, N\end{aligned}\quad (10)$$

Como já observado considera-se a carga hidráulica no reservatório como sendo invariante no tempo. Conhecidas as perdas por atrito ao longo da tubulação, ter-se-á condições de determinar os valores de regime permanente de carga e vazão em todos os pontos pré definidos pela escolha de Δt e Δx . Ter-se-á, então, um conjunto de valores conhecidos *a priori*, correspondentes ao regime permanente. Este conjunto de valores dá as condições espaciais do regime permanente.

DETERMINAÇÃO DOS PONTOS INTERMEDIÁRIOS $n_x \in [2, N]$

Os *pontos intermediários* são aqueles compreendidos entre a posição distante de Δx do reservatório e o penúltimo ponto do conduto que é distante de Δx da válvula.

A partir deste conjunto incrementa-se o tempo tanto no sentido direto do movimento da onda como no reverso, a fim de se obter o resultado final a cada incremento Δt . Os valores de Q e H resultantes são denotados por $H_P(n_x \Delta x, n_t \Delta t)$ e $Q_P(n_x \Delta x, n_t \Delta t)$. Desta forma as diferenças finitas introduzidas pela equação (7) serão definidas

$$\begin{bmatrix} \Delta Q^{(D)} \\ \Delta H^{(D)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_P((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) - Q_D(n_x \Delta x, n_t \Delta t) \\ H_P((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) - H_D(n_x \Delta x, n_t \Delta t) \end{bmatrix}\quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q^{(R)} \\ \Delta H^{(R)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) - Q_R((n_x + 2)\Delta x, n_t\Delta t) \\ H_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) - H_R((n_x + 2)\Delta x, n_t\Delta t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde $n_x = 2, 3, \dots, N$, para cada valor de n_t e $n_t = 1, 2, \dots, t_{final} / \Delta t$.

Substituindo (11) e (12) em (4) e (5) respectivamente e somando-se as duas equações resultantes, obtêm-se as equações recorrentes para a determinação dos pontos intermediários procurados H_p e Q_p em cada passo de integração.

$$Q_p(n_x + 1) = \frac{Q_D(n_x)[1 - c_f |Q_D(n_x)|] + Q_R(n_x + 2)[1 - c_f |Q_R(n_x + 2)|] + c_a[H_D(n_x) - H_R(n_x + 2)]}{2} \quad (13)$$

onde, $c_a = gA/a$ e $c_f = f_0\Delta t / 2DA$.

Substituindo (13) em (4) determina-se o conjunto dos valores de H_p nos pontos intermediários, donde

$$H_p(n_x + 1) = H_D(n_x) + \frac{Q_D(n_x)[1 - c_f |Q_D(n_x)|] - Q_p(n_x + 1)}{c_a} \quad (14)$$

Notação Simplificada: Note que as variáveis contidas nas equações (11) e (12) foram escritas com notação simplificada nas equações (13) e (14), uma vez que para cada incremento Δt o importante é mostrar a posição relativa no conduto, uma vez que o lado esquerdo de (13) e (14), $Q_p(n_x + 1)$ e $H_p(n_x + 1)$ sempre se referem ao instante $t = (n_t + 1)\Delta t$ e todos os termos do lado direito sempre se referem ao instante $t = n_t\Delta t$. Nesta notação foi mantida a posição relativa ao trajeto direto e reverso, e passaram-se a utilizar as seguintes equivalências,

$$\begin{aligned} Q_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) &\equiv Q_p((n_x + 1)) \\ H_p((n_x + 1)\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) &\equiv H_p((n_x + 1)) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} Q_D(n_x\Delta x, n_t\Delta t) &\equiv Q_D(n_x) \\ H_D(n_x\Delta x, n_t\Delta t) &\equiv H_D(n_x) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} Q_R((n_x + 2)\Delta x, n_t\Delta t) &\equiv Q_R((n_x + 2)) \\ H_R((n_x + 2)\Delta x, n_t\Delta t) &\equiv H_R((n_x + 2)) \end{aligned} \quad (17)$$

Como pode ser visto, após um incremento Δt calcula-se Q_p em todos os pontos ao longo do conduto, com exceção do reservatório e da válvula. Devem-se então encontrar as condições de contorno relativas a estes pontos.

CONDIÇÕES DE CONTORNO NO RESERVATÓRIO A MONTANTE

Para o *reservatório* é sabido que, por imposição, o valor de H é constante em qualquer instante de tempo, ou seja, $H_p(0, (n_t + 2)\Delta t) = H_{RES}$; $\forall n_t \in (0, (t_{final} - 2)/\Delta t]$, sendo que n_t é par. Então da equação do caminho reverso, equação (5), tem-se

$$Q_p(0, (n_t + 2)\Delta t) = Q_R(\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) [1 - c_f | Q_R(\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) |] + c_a [H_{RES} - H_R(\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)] \quad (18)$$

CONDIÇÕES DE CONTORNO NA VÁLVULA A JUSANTE

A relação entre Q e H na *válvula* é dada, segundo (CHAUDHRY, 1979), pela equação abaixo

$$H_p = \frac{H_{v_0}}{Q_{v_0} \tau_v^2} Q_p^2 \quad (19)$$

A **figura 2** mostra como a recorrência é desenvolvida no plano $t \times x$. Neste diagrama, a localização da válvula está demarcada pela linha vertical vermelha. Note que após um incremento Δt gera-se, a partir de (13) e (14), a seqüência de pontos intermediários – azuis. Esta seqüência não contém os valores de reservatório nem os da válvula ($n_x = N + 1$). Após um incremento de $2\Delta t$, o valor de Q_p no reservatório é determinado segundo a equação (18). Resta mostrar nesta sub-seção como determinar os valores de Q_p e H_p no ponto $n_x = N + 1$. A determinação será feita substituindo-se (19) em (4) e obtendo-se $Q_p((N + 1)\Delta x, (n_t + 2)\Delta t)$. Desta forma ter-se-á

$$Q_p((N + 1)\Delta x, (n_t + 2)\Delta t) = \frac{-C_v + \sqrt{C_v^2 + 4C_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)C_v}}{2} \quad (20)$$

onde

$$C_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) = Q_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) [1 - c_f | Q_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t) |] + c_a H_D(N\Delta x, (n_t + 1)\Delta t)$$

e

$$C_v = (\tau_v Q_{v_0})^2 / c_a H_{v_0}$$

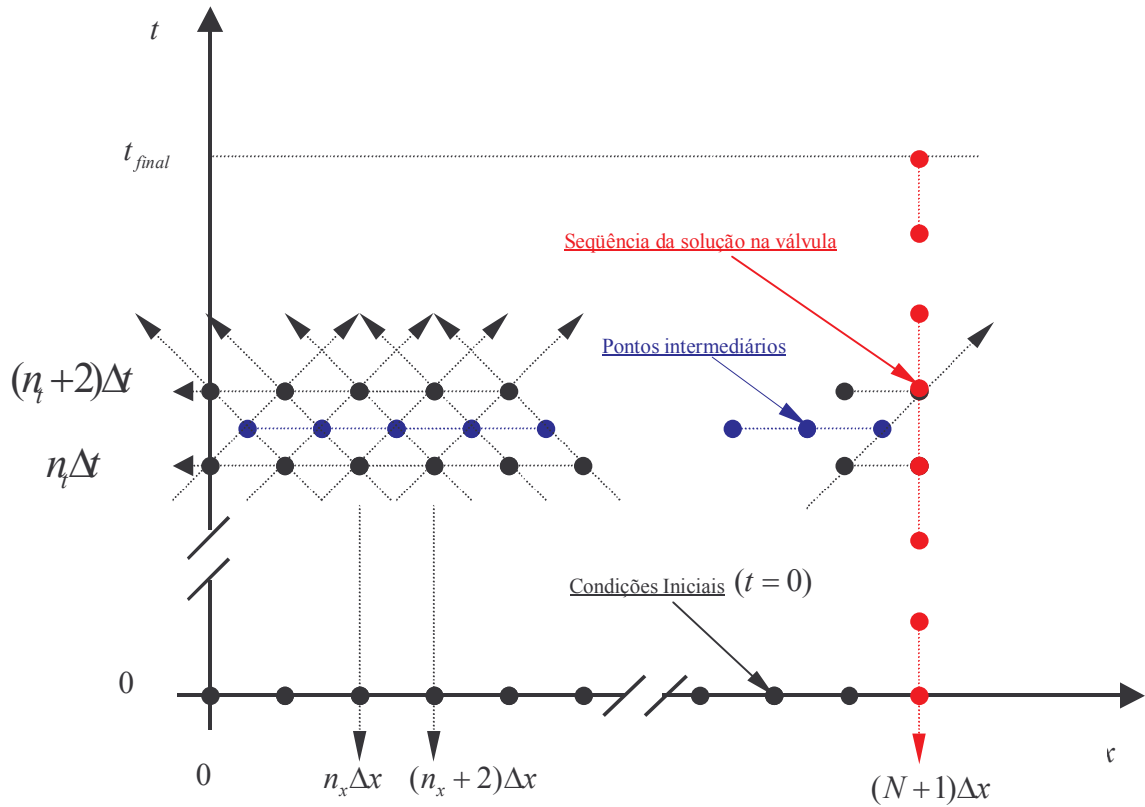


Figura 2 – Geração da seqüência discreta da solução das equações (4) e (5).

Foi simulado o modelo descrito por (4) e (5) com as condições iniciais e de contorno dadas pelas equações (10), (13), (14), (18) e (20).

Para o sistema inicialmente, em regime permanente, com a válvula totalmente aberta, $\tau_{v_0} = 1$, provocou-se uma perturbação no sentido do fechamento da mesma, denominada $\tau_v^*(t)$, de tal forma que a abertura relativa seja,

$$\tau_v(t) = \tau_{v_0} + \tau_v^*(t) \quad (21)$$

Para o resultado apresentado abaixo, os parâmetros do modelo simulado, são: $\ell = 5200 [m]$; $a = 1200 [m/seg]$; $f_0 = 0,010$; $D = 0,3046 [m]$; $g = 9,806 [m/seg^2]$; $Q_0 = 0,02 [m^3/seg]$; $H_{RES} = 50 [m]$. Com a seguinte função de perturbação: $\tau_v^*(t) = -0,05\delta(t - 30)$ que é um impulso de amplitude $-0,05$ aplicado no instante $t = 30 [s]$, com o sistema em regime permanente no instante anterior a $30 [s]$. O resultado é mostrado na **figura 3**.

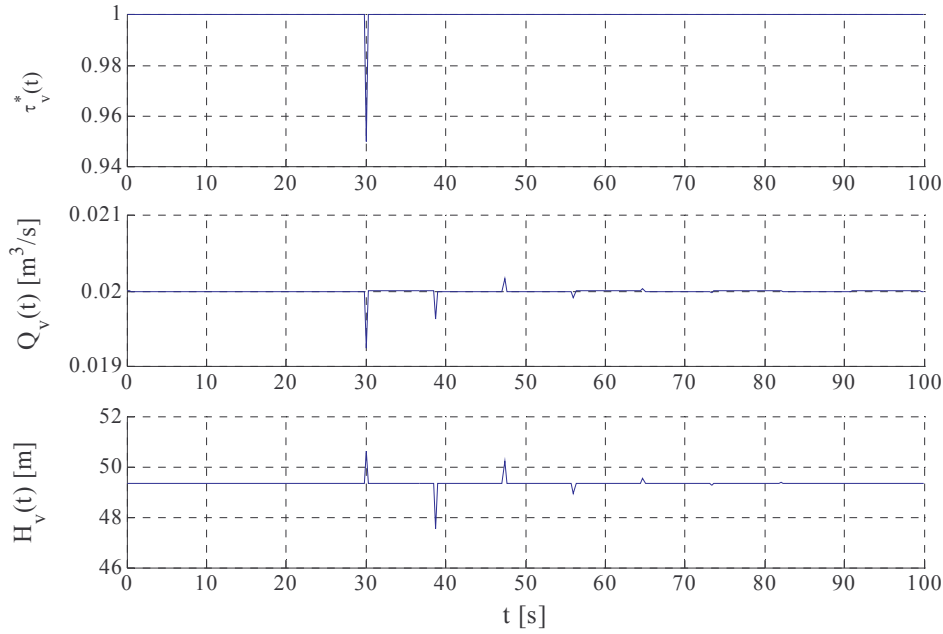


Figura 3 - Resposta a um impulso $\tau_v^*(t) = -0,05\delta(t - 30)$ a partir da válvula aberta.

Demais funções de perturbação foram descritas por PALHARES (2005).

LINEARIZAÇÃO DO MODELO

Em PALHARES (2005), foram obtidas a Matriz de Transferência e a Resposta em Frequência do Sistema (MMT/Resposta em Frequência), a partir de um modelo linearizado, em torno dos pontos de operação da válvula e dos pontos de fuga.

A análise pelo MOC, se feita somente no domínio do tempo não requer tal linearização. Entretanto, tem-se como objetivo, neste trabalho, obter a Resposta em Frequência através da Transformada Rápida de Fourier da resposta temporal obtida pelo MOC/FFT, a fim de comparar este resultado com o obtido, ou seja, MMT/Resposta em Frequência $\times$ MOC/FFT. Esta comparação é muito importante na medida em que proporciona a validação dos modelos adotados (linear e não linear) e resolvidos por métodos distintos.

O modelo da válvula linearizado em torno do ponto $P_v = (Q_{v_0}, H_{v_0})$, resulta em:

$$h_p = \frac{-Q_{v_0} (1 + \tau_v^*) + Q_D (N\Delta x, k_t \Delta t) [1 - c_f | Q_D (N\Delta x, k_t \Delta t) |] + c_a H_D (N\Delta x, k_t \Delta t) - H_{v_0}}{c_a + \tau_{v_0} Q_{v_0} / 2H_{v_0}} \quad (22)$$

$$q_P = \frac{Q_{v_0}}{2H_{v_0}} \tau_{v_0} h_P + Q_{v_0} \tau_v^*$$

Para comparar a diferença entre o modelo linearizado e o modelo exato, simulou-se com os mesmos dados do sistema estudado na simulação anterior, considerando uma amplitude para a perturbação $\tau_v^* = 0,075$.

Usando a função de perturbação do tipo parábola, fecha até um mínimo de $\tau_{v_{\min}}(t) = 0,925$, o que corresponde a uma perturbação máxima de, em valor absoluto, $0,075$. O resultado é mostrado na **figura 4**, sendo que as curvas em azul correspondem ao modelo linearizado e as curvas em vermelho correspondem ao modelo exato, que é não linear.

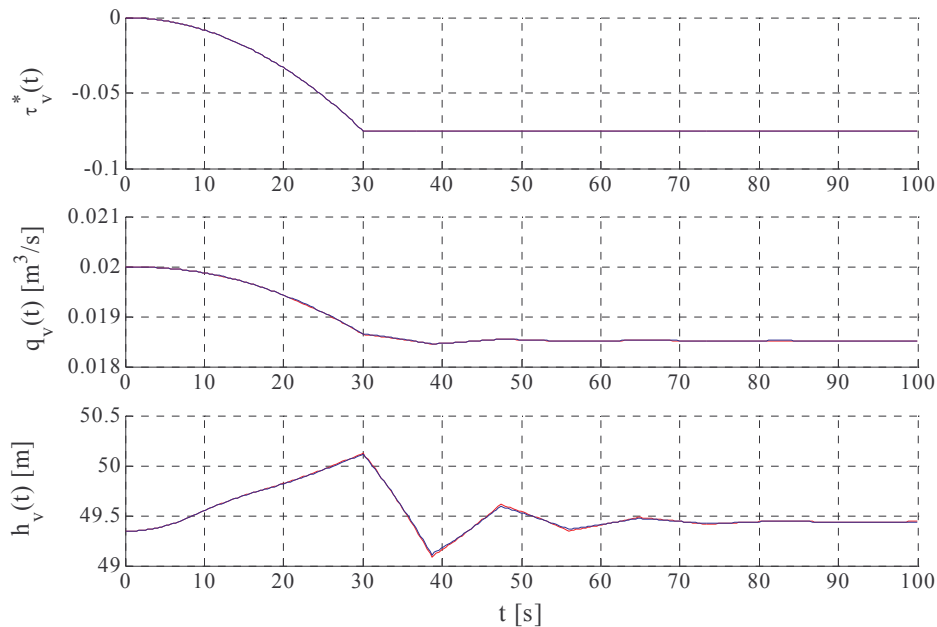


Figura 4 - Comparação entre o modelo exato e o modelo linear $|\tau_{v_{\max}}^*| = 0,075$.

Foram simuladas outras amplitudes de perturbação, (0,3 e 0,9), usando outros tipos de funções de perturbação. E foi possível verificar que para amplitudes de perturbação em torno de $0,075$, praticamente não há diferença entre os dois modelos, linearizado e não linear.

TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER DA RESPOSTA AO IMPULSO

PALHARES (2005) mostrou que é possível analisar a resposta em frequência, de forma aproximada, mas com razoável precisão, a partir da Transformada Rápida de Fourier da resposta do modelo linearizado a uma perturbação $\tau_v^*(t) = k\delta(t)$, ou seja, um impulso de amplitude k aplicado em $t = 0$, através de um exemplo.

Observa-se que a FFT da solução pelo MOC, a uma perturbação impulsiva é a resposta em frequência aproximada do sistema.

COMPARAÇÃO MOC/FFT $\times$ MMT/RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

O impulso será definido de tal forma que represente uma ação perturbadora no sistema, inicialmente em regime permanente estacionário, com a válvula totalmente aberta, ou seja, $\tau_{v_0} = 1$. Desta forma a função de perturbação $\tau_v^*(t)$ será

$$\tau_v^*(t) = -0,075\delta(t) \quad (23)$$

A comparação entre a resposta da FFT/MOC e a da MMT/Resposta em Freqüência será norteada nos seguintes critérios:

a) Comparação do número de pontos a ser adotado para a determinação da FFT

São apresentados a comparação entre os resultados obtidos, onde foi determinada a resposta em freqüência a partir da matriz de transferência do modelo linearizado, e a FFT da resposta a um impulso de perturbação $\tau_v^*(t) = -0,075\delta(t)$ aplicado no instante $t = 0$, com o sistema em condição de regime permanente estacionário.

Na **figura 5**, as curvas em azul correspondem a MMT / Resposta em Freqüência e as curvas em vermelho correspondem às obtidas pela FFT/MOC. Variou-se o número de pontos do vetor de estado de perturbação na válvula ($y_v(t)$), calculado através do MOC, ou seja, $N_F = \{512\text{ pts}, 2048\text{ pts e } 4096\text{ pts}\}$, e calculou-se a FFT para cada caso. Nota-se que a condição em que $N_F = 4096$ [pts] (número de pontos do vetor y gerado para o cálculo da FFT), apresenta grande semelhança entre os resultados obtidos pelos dois métodos. Todavia nada impedira que se optasse por usar $N_F = 2048$ [pts], isto porque, podem existir restrições do ponto de vista prático para se trabalhar com grandes quantidades de dados dependendo do equipamento que se utiliza. A decisão, neste caso, dependerá dos recursos computacionais, e sistemas de aquisição de dados que o pesquisador terá disponível.

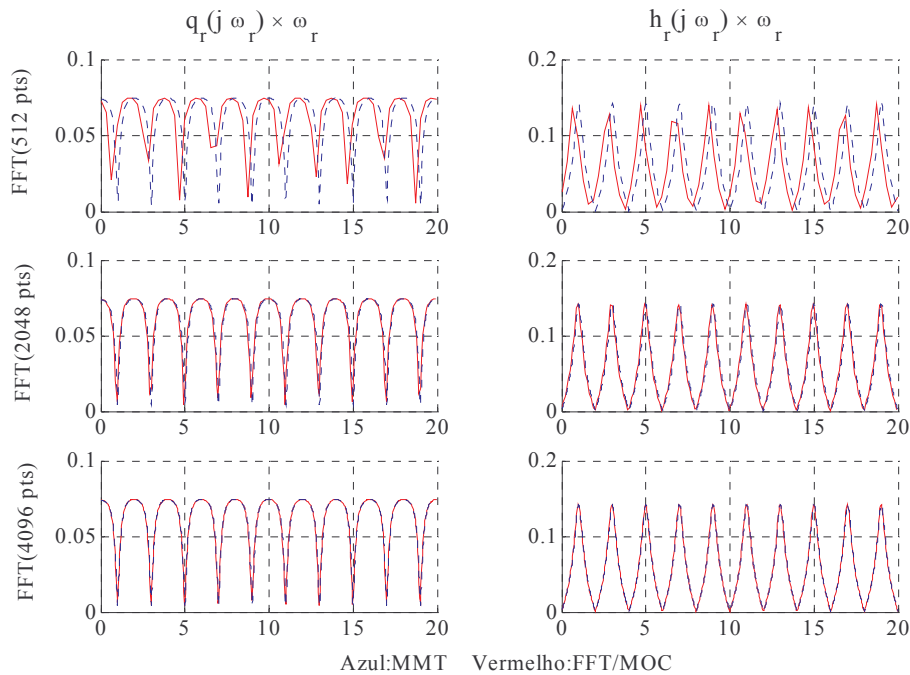


Figura 5 - Comparação MMT×FFT/MOC.

A **figura 6** mostra a resposta ao impulso no tempo, que foi utilizada para o cálculo das FFTs mostradas na figura anterior. É visível que não existe diferença entre elas, com relação à variação do número de pontos que o vetor $y_v(t)$ contém em cada caso. Isto se explica pelo fato de que na geração de cada uma delas, o conduto foi dividido no mesmo número de

setores e portanto Δx e Δt foram considerados os mesmos para as três situações. A variação do número de pontos se deu pela variação do tempo total de simulação.

Isto mostra que, se existem técnicas de localização plausíveis para estimação, quer da localização de pontos de fuga, ou de outra ocorrência dinâmica, o MOC, muito provavelmente, exigirá menos recursos computacionais, bem como as técnicas de medidas serão mais simples.

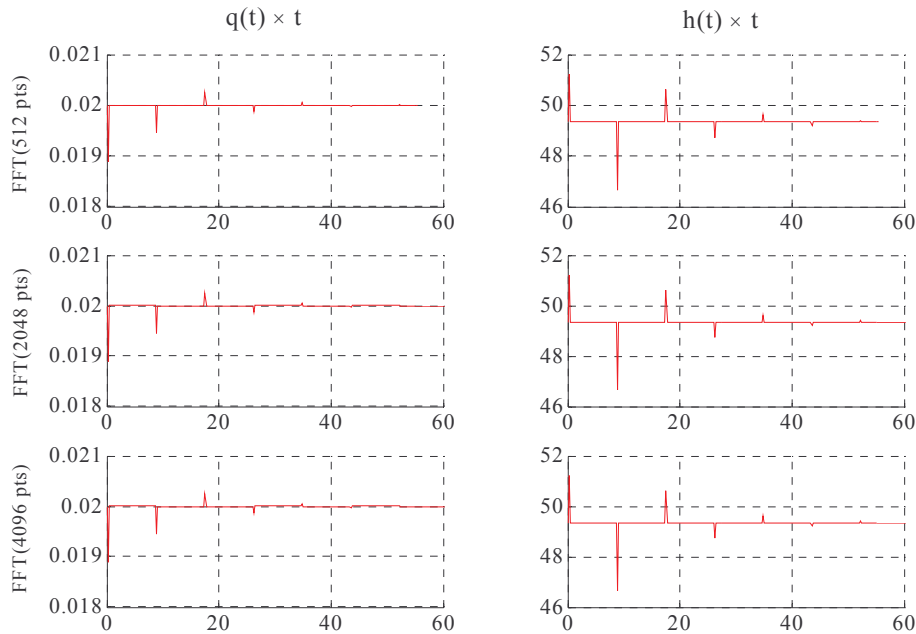


Figura 6 - Resposta ao Impulso através do MOC.

b) Comparação do modelo linearizado com o modelo exato

A comparação que se faz, neste item, diz respeito à necessidade que se tem de trabalhar com as medidas feitas no modelo físico real, que é não linear, para os cálculos da FFT. O que se quer mostrar é que mesmo calculando-se a FFT de $y_{v_{medido}}(t)$, o erro cometido, devido à não linearidade é pequeno, desde que a ação perturbadora seja de baixa amplitude.

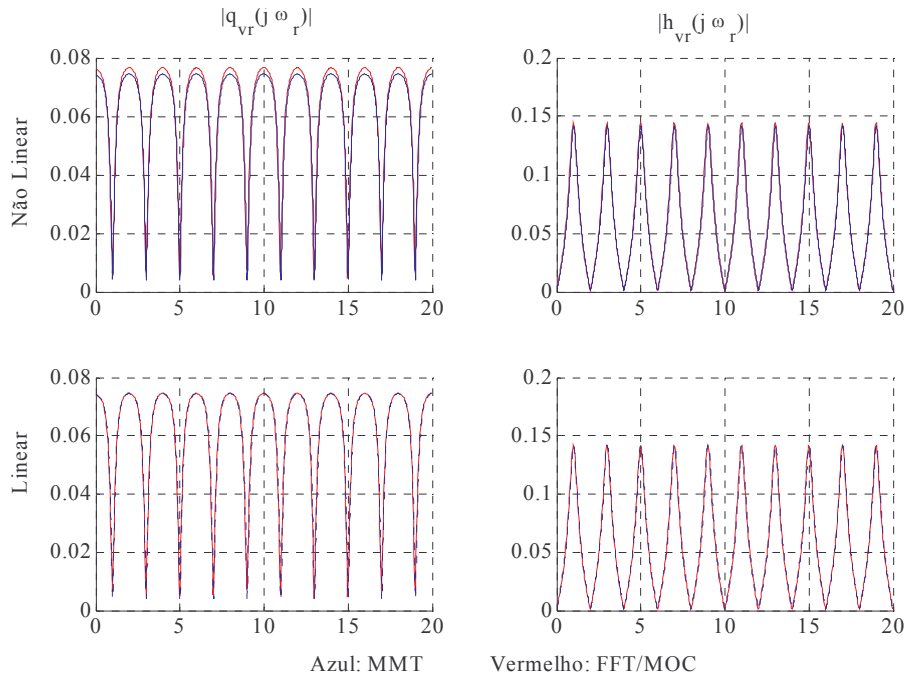


Figura 7 - Comparação entre os modelos não linear e linear.

A **figura 7** mostra a simulação, tanto do modelo não linear que é o mais próximo da medida de campo, como do modelo linear que viabilizou a resposta em frequência via MMT.

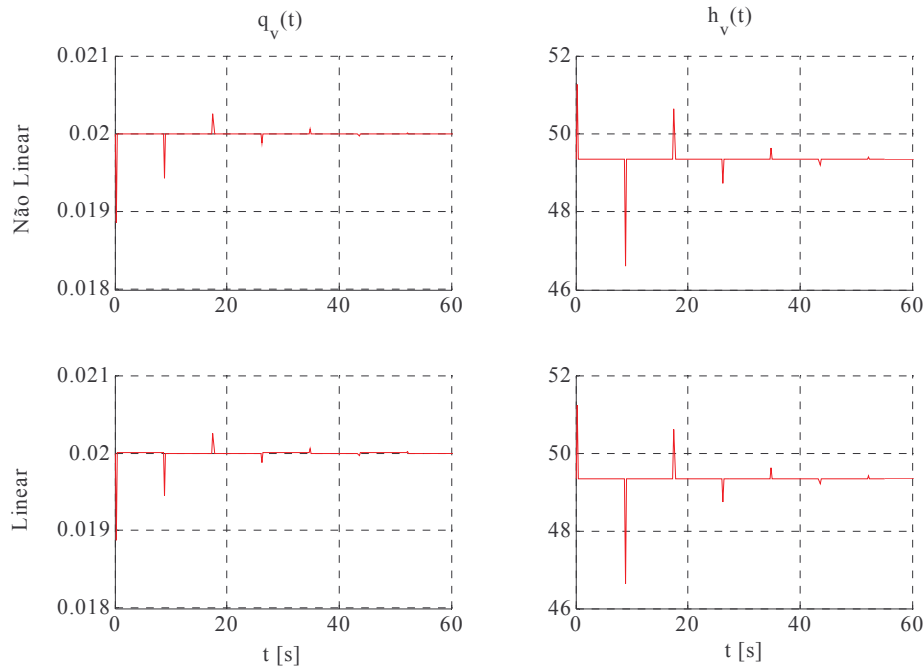


Figura 8 - Resposta ao impulso dos modelos não linear e linear.

Nota-se que há pouca divergência entre os dois modelos para a amplitude da perturbação aplicada, $\tau_v^*(t) = -0,075\delta(t)$. O que se vê é uma distorção na amplitude da resposta do modelo não linear, que é muito mais devido à forma como é utilizada a FFT para um sinal de características não linear, do que pelos parâmetros empregados na simulação do

MOC. Veja pela **figura 8**, que mostra a resposta ao impulso dos dois modelos, via MOC, que não se percebe discrepância entre a resposta do não linear e do linear.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As principais conclusões decorrentes deste estudo preliminar podem ser resumidas em:

- Na comparação entre os modelos linearizado e o real que é não linear, nas simulações feitas pelo MOC, verifica-se que para as amplitudes de perturbação em torno de 0,075, praticamente não há diferença entre estes modelos. A importância deste resultado é que as medidas de campo são referentes ao modelo não linear, que neste nível de perturbação se assemelham ao modelo linearizado, pode-se portanto empregar os resultados analíticos oriundos deste segundo modelo;
- A Resposta em Frequência, através do MMT, pode também ser obtida, de forma aproximada, mas com razoável precisão, a partir da Transformada Rápida de Fourier da resposta do modelo linearizado a uma perturbação $\tau_v^*(t) = k\delta(t)$. Se a perturbação não tiver esta forma, a FFT não representa a resposta em frequência tal como esta é definida para sistemas lineares assintoticamente estáveis, segundo PALHARES (2005);
- Como a Transformada Rápida de Fourier é uma aproximação da transformada de Fourier da função vetor $y_v(t)$, e quanto maior é o número de pontos N_F contidos no vetor $y_v(t)$, mais próxima ela será. Então a FFT da solução pelo método das características, à uma perturbação impulsiva é a resposta em frequência aproximada do sistema;
- A comparação entre a resposta da FFT/MOC e a da MMT/Resposta em Frequência foi norteada nos seguintes critérios:
 - a) *Comparação do número de pontos a ser adotado para a determinação da FFT*, em que a decisão do número de pontos dependerá dos recursos computacionais e do sistema de aquisição de dados que o pesquisador tiver disponível. A variação do número de pontos se deu pela variação do tempo total de simulação. Notou-se, através das simulações das **figuras 5 e 6**, que os resultados do MOC/FFT dependem, evidentemente, do número de pontos, entretanto a resposta temporal obtida pelo MOC, **figura 6**, é independente deste número. Num determinado instante a resposta será a mesma, independentemente do tempo total de simulação. Isto mostra que, se existem técnicas de localização plausíveis para estimação, quer da localização de pontos de fuga, ou de outra ocorrência dinâmica, o método das características, muito provavelmente, exigirá menos recursos computacionais, bem como as técnicas de medidas serão mais simples; e,
 - b) *Comparação do modelo linearizado com o modelo exato*, em que o erro cometido, devido à não linearidade é pequeno, desde que a ação perturbadora seja de baixa amplitude. Nota-se que há pouca divergência entre os dois modelos para a amplitude da perturbação aplicada, $\tau_v^*(t) = -0,075\delta(t)$. O que se vê é uma distorção na amplitude da resposta

do modelo não linear, que é muito mais devido à forma como é utilizada a FFT para um sinal de características não linear, do que pelos parâmetros empregados na simulação do MOC. Com isto pode-se considerar que resultados analíticos oriundos do modelo linearizado, podem ser empregados ao modelo real com boa confiabilidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHAUDHRY, M.H. **Applied hydraulic transients**. 1. ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1979.
- LEE, P.J., VÍTROVSKÝ, J.P., LAMBERT, M.F., SIMPSON, A.R. E LIGGETT, J.A. **Leak location using the pattern of the frequency response diagram in pipelines: a numerical study**. Journal of Sound and Vibration, Elsevier, jul. 2004.
- LEE, P.J., VÍTROVSKÝ, J.P., LAMBERT, M.F., SIMPSON, A.R. E LIGGETT, J.A. **Discussion: “Leak detection in pipe by frequency response method using a step excitation” by W. Mpesha, M.H. Chaudhry, and S.L. Gassman, Journal of Hydraulic Research vol. 40, n. 1 (2002), p. 55-62**. In: J. of Hydraulic Research, vol. 41, n. 2, p. 221-223, 2003.
- MPESHA, W. **Leak detection in pipes by frequency response method**. Dissertation Submitted to the University of South Carolina in Partial Fulfillment of Doctor of Philosophy, Columbia, SC, USA, 1999.
- PALHARES, J.B. **Detecção de Fugas em Tubulações através do Método de Resposta em Frequência e Reflexões de Pulsos de Alta Frequência**. Dissertação de Mestrado apresentada a Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da UNICAMP, Campinas – São Paulo, 2005.
- WYLIE E.B., STREETER, V.L. com SUO, L. **Fluid transients in systems**. New York: Mc Graw Hill Book Co., 1993.